

Българско Актюерско Дружество

Курс за следдипломна квалификация по актюерски науки

Изпитни въпроси по Модул 3.1 за изпита в София на 27 Септември 2009 г.

Време за изпита: 120 минути

Общ брой въпроси: 11 или общо с подточките 22

Общ брой точки: 35

Забележка: Броят точки за всеки въпрос (подточка на въпрос) е указан в скобки.

Моля **оградете с кръгче** верния отговор. Например, ако мислите, че “Б” е верният отговор, би трябвало да отговорите

А

Б

В

Г

Ако искате да промените дадения от Вас отговор, зачеркнете го. Например, ако решите да промените отговора си от “Б” на “Г”, трябва да отбележите

А

Б

В

Г

Следните формули са дадени на разположение на участниците в изпита:

$$E(aX) = aE(X); E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$$

$$Var(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X^2) - [E(X)]^2; Var(aX) = a^2 Var(X)$$

Ако X_1 и X_2 са независими, $Var(X_1 + X_2) = Var(X_1) + Var(X_2)$.

$$SD(X) = [Var(X)]^{1/2}$$

Ако лихвените проценти през последователните периоди са н.е.р., то:

$$E(S_n) = (1 + j)^n,$$

$$Var(S_n) = [(1 + j)^2 + s^2]^n - (1 + j)^{2n},$$

$$E(A_n) = \ddot{s}_{\bar{n}|j},$$

където $j = E(i_t)$ и $s^2 = Var(i_t)$ за $t = 1, 2, \dots, n$.

$${}_n E_x = v^n {}_n p_x = A_{x:\bar{n}|}^{-1} \quad \ddot{a}_{x:\bar{n}|}^{(m)} \cong \ddot{a}_{x:\bar{n}|} - \frac{m-1}{2m} (1 - {}_n E_x) \quad A_x = 1 - d \ddot{a}_{x|}$$

$$(IA)_{x:\bar{n}|}^{-1} = \frac{R_x - R_{x+n} - nM_{x+n}}{D_x}$$

Ако сл. вел. K_x моделира целочисления бъдещ на живот на (x), то:

$$Var(\ddot{a}_{K_x+1|}) = \frac{1}{d^2} [{}^2 A_x - (A_x)^2]$$

$$\frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0;1) \text{ за достатъчно големи } n, \text{ където } \{X_k\}_{k=1}^n \text{ са н.е.р. със}$$

средно μ и дисперсия σ^2 .

$${}_t q_x = \int_0^t {}_s p_x \mu_{x+s} ds \quad q_x^1 \approx \frac{(aq)_x^1}{1 - (aq)_x^2 / 2} \quad q_x^2 \approx \frac{(aq)_x^2}{1 - (aq)_x^1 / 2}$$

$PRO_t = CF_t + i_{t-1} V - IR_t$, където $CF_t = (P_t - e_t)(1 + i) - D_t \cdot q_{x+t-1} - S_t \cdot p_{x+t-1}$ и

$$IR_t = p_{x+t-1} V - {}_{t-1} V$$

$$\sigma_t = {}_{t-1} p_x \cdot PRO_t$$

$$PVFP = \sum_{t=1}^n (1 + r)^{-t} \sigma_t$$

Зад.1 Едногодишна срочна застраховка, платима в края на годината на смъртта, е издадена на човек на възраст 50 години за сума от 100 000 лева. Намерете стандартното отклонение на настоящата стойност на срочната застраховка като използвате смъртността от таблица A1967-70 - селективна и 9% годишна лихва.

1. 2 626
2. 4 901
3. 5 148
4. 5 759

(2 точки)

Зад.2 Една компания прави инвестиция от 1000 лв. за 8 години. Във всяка година лихвата ще бъде: 4% с вероятност 0.3, 6% с вероятност 0.5 и 8% с вероятност 0.2. Лихвата за всяка година е независима от лихвите за всички предходни години.

(i) Пресметнете очакването на акумулираната стойност за 8 години

1. 1 570
2. 1 791
3. 1 865
4. 1 898

(1 точка)

(ii) Пресметнете стандартното отклонение на акумулираната стойност за 8 години:

1. 42
2. 56
3. 59
4. 86

(1 точка)

Зад.3 Животозастрахователна компания издава отложени анюитети на 100 жени на точна възраст 63. Размерът на анюитета е 5 000 лв. годишно, платими непрекъснато от 65-тия рожден ден на застрахованото лице, ако е живо в този момент и до края на живота му.

(i) Изразът за случайната величина на настоящата стойност на бъдещите плащания за една полица е:

$$1. \quad g(T) = \begin{cases} 5000 * (\bar{a}_{T_{63}|} - \bar{a}_{2|}) & , T_{63} \geq 2 \\ 0 & , T_{63} < 2 \end{cases}$$

$$2. \quad g(T) = \begin{cases} 5000 * (\bar{a}_{T_{65}|} - \bar{a}_{2|}) & , T_{65} \geq 2 \\ 0 & , T_{65} < 2 \end{cases}$$

$$3. \quad g(T) = \begin{cases} 5000 * v^2 {}_2p_{63} \bar{a}_{T_{63}|} & , T_{63} \geq 2 \\ 0 & , T_{63} < 2 \end{cases}$$

$$4. \quad g(T) = \begin{cases} 5000 * v^2 {}_2p_{65} \bar{a}_{T_{65}|} & , T_{65} \geq 2 \\ 0 & , T_{65} < 2 \end{cases}$$

(2 точки)

(ii) Пресметнете общата настояща очаквана стойност на тези анюитети при смъртност съгласно таблица А 1967-70 крайна и 4% годишна лихва.

1. 0.908 млн
2. 4.317 млн
3. 4.538 млн
4. 4.760 млн

(1 точка)

Зад.4 Една популация е изложена на действието на 3 декремента. α , β , γ . Всеки от които е равномерно разпределен през годината за възраст между x и $x+1$ в съответствената таблица на единичен декремент. Изразът за $(aq)_x^\alpha$ е:

$$1. \quad q_x^\alpha \left[1 - \frac{1}{2}(q_x^\beta + q_x^\gamma) + \frac{1}{3}q_x^\beta q_x^\gamma \right]$$

$$2. \quad q_x^\alpha \left[1 - \frac{1}{2}(q_x^\beta + q_x^\gamma) + \frac{1}{6}q_x^\beta q_x^\gamma \right]$$

$$3. \quad q_x^\alpha \left[1 + \frac{1}{2}(q_x^\beta + q_x^\gamma) - \frac{1}{3}q_x^\beta q_x^\gamma \right]$$

$$4. \quad q_x^\alpha \left[1 + \frac{1}{2}(q_x^\beta + q_x^\gamma) - \frac{1}{6}q_x^\beta q_x^\gamma \right]$$

(2 точки)

Зад.5 Дадена е таблица с двоен декремент. Известни са:

$$(a\mu)_x = 0.05 \text{ за } 50 \leq x \leq 51;$$

$$(al)_{50} = 1000;$$

$$(ad)_{50}^1 = 40.$$

Определете $(ad)_{50}^2$ (закръглено до цяло число):

1. 7
2. 8
3. 9
4. 10

(2 точки)

Зад.6 На 01.08.2005 година един строителен предприемач взема заем, който се изплаща при нарастващи вноски по следната схема: Първата вноска е на 1.06.2006 е 1000 лв. След тази дата вноските се внасят през 4 месеца, като последната вноска е на 1.02.2011. Всяка вноска е с 2% по- висока от предходната. Ефективната лихва през периода е 9% годишно.

(i) Размерът на заема е, закръглен до цяло число:

1. 13 125
2. 18 356
3. 18 572
4. 19 269

(2 точки)

(ii) Размерът на капитала, изплатен на 1.06.2006 (частта на главницата в първата вноска)

1. 23
2. 62
3. 120
4. 260

(1 точка)

(iii) Частта на лихвата в седмата вноска е:

1. 252
2. 262
3. 267
4. 277

(1 точка)

Зад.7 Инвеститор разглежда три проекта **А**, **Б** и **В** за инвестиция на 1 милион лв. Проект **А** осигурява доход от 3.5 милиона лв. след 10 години. Приходът от проект **Б** **се получава непрекъснато**. В първата година ще бъдат получени 0.08 милиона лв., във втората година 0.09 милиона лв., в третата година 0.10 милиона лв. и след това доходът ще нараства със стъпка от 0.01 милион всяка година до 10-тата година. След 10-тата година проект **Б** няма да носи доходи. Проект **В** е 10 годишен банков депозит с капитализираща лихва от 6% годишно. При оценка на своите проекти инвеститорът използва годишна лихва от 4%.

(i) Нетната настояща стойност (NPV) на проект **А** е:

1. 1.364 мил. лв.
2. 2.274 мил. лв.
3. 2.364 мил. лв.
4. 2.459 мил. лв.

(1 точка)

(ii) Нетната настояща стойност (NPV) на проект **Б** е:

1. 0.007 мил. лв.
2. 0.052 мил. лв.
3. 0.105 мил. лв.
4. 0.354 мил. лв.

(2 точки)

(iii) Кое от следните твърдения е вярно:

1. Проект **А** има най-голяма нетната настояща стойност от трите проекта
2. Проект **В** има най-голяма нетната настояща стойност от трите проекта
3. Проект **Б** има по-голяма нетната настояща стойност от Проект **В**
4. Нетните настоящи стойности на проектите **Б** и **В** са равни (с точност до хил. лв).

(1 точка)

Зад.8 Животозастрахователна компания издава пожизнена застраховка от 50 000 лв годишно, платими в края на годината на смъртта на лице на възраст 60 години. Лицето плаща всеки месец в началото на месеца съответна премия. Пресметнете месечната премия по този договор:

База от таблиците А 1976-70 - крайна

Год. лихва: 4%

Разходи: 5% от всяка премия

Разходи за ликвидация: 1.5% от застрахователна сума при изплащане на застраховката

1. 177.00
2. 179.62
3. 184.08
4. 190.42

(2 точки)

Зад. 9 Една компания издава 10-годишна срочна намаляваща застраховка на мъж на възраст точно 50 години. Обезщетението за смърт през първата година е 100 000 лв., 90 000 лв, във втората година и намалява с 10 000 всяка година, така че в последната година обезщетението е 10 000 лв. Обезщетението при смърт е платимо в края на годината на смъртта. Премиите се плащат годишно в началото на годината до края на срока на договора или до момента на смъртта, ако настъпи преди това. Основите за пресмятане на премиите са:

Лихва: 4% годишно

Смъртност: таблица А 1967-70 - крайна

Начални разходи: 200 лева и 25% от първата годишна премия

Повтарящи се разходи: 2% от всяка премия без първата и 50 лв. годишно, за всяка година на полицата без първата

Разходи за ликвидация: 200 лв.

Основите за пресмятане на резервите и на премиите съвпадат.

(i) Годишната брутна премия е, закръглена до цял лев:

1. 458
2. 476
3. 499
4. 520

(3 точки)

(ii) Резервът в края на 9-тата година по тази полица, закръглен до цял лев, е:

1. -339
2. -289
3. 289
4. 339

(2 точки)

Зад.10 На 1.01.1998 Животозастрахователна компания издава полица за 10-годишен срочен анюитет от 5000 годишно, платим в края на годината, на лице на възраст точно 44 години. Анюитетните плащания са отложени, така че първото плащане е на 1.01.2009. Премиите са платими един път годишно, предварително до края на отложения период (31.12.2007) или до момента на смъртта, ако настъпи преди това.

Основи за пресмятанията:

Смъртност: таблица А 1967-70 –крайна

Лихва: 4% ефективна годишна

Разходите се пренебрегват.

(i) Годишната премия е :

1. 2 691
2. 2 921
3. 2 987
4. 3 167

(2 точки)

(ii) Очакваната сума под рик (Expected death strain) за календарната година 2012 е:

1. -342
2. -307
3. -292
4. -249

(2 точки)

(iii) Ако анюитантът почине през календарната година 2012, каква ще бъде реалната сума под риск (actual death strain)

1. -26 303
2. -24 995
3. -21 303
4. -19 995

(1 точка)

Зад. 11 Животозастрахователна компания издава 3-годишни срочни застраховки на лица на възраст точно 60 години. Застрахователната сума на всеки договор е 100 000 лв., и е платима в края на годината на смъртта. Компанията провежда тест на печалбата за един договор като използва следните допускания:

Брутна годишна премия: 3000 лв.;

Начални разходи: 200 лв. +35% от първата годишна премия;

Повтарящи се разходи от втората година нататък: 25 лв + 3% от всяка годишна премия;

Смъртност: A1967-70- Крайна

Доходност: 7% годишно

Рискова дисконтова лихва: 15% годишно

Резерви: Едногодишна брутна премия

Премииите се плащат годишно предварително по време на договора или до момента на смъртта. Разходите се извършват в началото на годината. Плащанията за смърт се извършват в края на годината.

(i) Нетната настояща стойност на печалбата за първата година е:

1. - 2 198
2. - 2 166
3. + 2 166
4. + 2 198

(1 точка)

(ii) Сигнатурата на печалбата е:

1. (-2 527; 1 718; 4385)
2. (-2 491; 1 716; 4 442)
3. (2 491; 1 718; 1 528)
4. (2 527; 1 716; 3 586)

(2 точки)

(iii) Нетната настояща стойност на печалбата е:

1. 1 985
2. 2 052
3. 4 470
4. 5 853

(1 точка)

КРАЙ