

Българско Актюерско Дружество

Изпитни въпроси по Модул 1 „Увод в актюерските модели” за изпита в София, проведен на 01.05.2010 г.

Време за изпита: 120 минути

Общ брой въпроси: 20

Общ брой въпроси с вкл. подусловия: 25

Общ брой точки: 60

Забележка: Броят точки за всеки въпрос е указан в скобки.

Моля **оградете с кръгче** верния отговор. Например, ако мислите, че “Б” е верният отговор, би трябвало да отговорите

А

Б

В

Г

Ако искате да промените дадения от Вас отговор, зачеркнете го. Например, ако решите да промените отговора си от “Б” на “Г”, трябва да отбележите

А

Б

В

Г

Следните формули са дадени на разположение на участниците в изпита:

$$1 + i = e^{\delta}$$

$$v = (1 + i)^{-1}$$

$$d = 1 - v$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad \text{за } -\infty < x < +\infty$$

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad \text{за } -1 \leq x \leq 1$$

$$(1 + x)^\alpha = 1 + \binom{\alpha}{1}x + \binom{\alpha}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \binom{\alpha}{4}x^4 + \dots \quad \text{за } -1 \leq x \leq 1, \text{ където}$$

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha - 1)\dots(\alpha - k + 1)}{k!}, \quad k! = 1 \times 2 \times \dots \times k \text{ за цяло } k > 0 \text{ и } 0! = 1$$

$$\mu_{x+t} = -\frac{d}{dt} {}_tP_x = -\frac{d}{dt} \ln {}_tP_x$$

$${}_tP_x = \exp\left(-\int_0^t \mu_{x+s} ds\right)$$

$${}_tq_x = \int_0^t {}_sP_x \mu_{x+s} ds$$

$$D_x = v^x l_x$$

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots$$

$$S_x = N_x + N_{x+1} + N_{x+2} + \dots$$

$$C_x = v^{x+1} d_x$$

$$M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots$$

$$R_x = M_x + M_{x+1} + M_{x+2} + \dots$$

$$\ddot{a}_x = 1 + a_x$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1 + a_{x:\overline{n-1}|} = 1 + a_{x:\overline{n}|} - A_{x:\overline{n}|}^1$$

$$A_x = 1 - d\ddot{a}_x = v\ddot{a}_x - a_x$$

$$A_{x:\overline{n}|} = 1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = v\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - a_{x:\overline{n-1}|}$$

$$a_x = a_{x:\overline{n}|} + {}_n|a_x = a_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^1 a_{x+n}$$

Задача 1. Кое от следните твърдения не е вярно:

- A. $i^{(p)} = p((1 - d)^{-1/p} - 1)$
- B. $\delta = \log(1 - d)$
- B. $v = 1 - d$
- Г. $d^{(p)} = p(1 - (1 - d)^{1/p})$

(2 точки)

Задача 2. Една инвестиция от 1000 лв. се акумулира в течение на четири години при следните проценти: 8% проста лихва през първите две години, следван от 6% номинален дисконтов процент, начисляем месечно за следващите две години. Акумулираната сума на тази инвестиция за тези четири години е:

- A. 1307.51
- B. 1308.29
- B. 1314.72
- Г. 1315.51

(3 точки)

Задача 3. Една инвестиция има сила на лихвата:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0.02t & \text{за } 0 \leq t \leq 3 \\ 0.045 & \text{за } t > 3 \end{cases}$$

Клиент инвестира 1000 лв. в момент $t=0$.

(i) Каква ще бъде натрупаната сума от инвестицията след 4 години?

- A. 873.72
- B. 1072.67
- B. 1144.54
- Г. 1213.80

(2 точки)

(ii) Какъв е еквивалентния номинален лихвен процент, платим на тримесечие, който ще получи клиентът от тази инвестиция за 4 години?

- A. 3.4%
- B. 3.7%
- B. 4.0%
- Г. 4.2%

(2 точки)

Моля обърни!

Задача 4. Иван инвестира днес 10 лв и още 30 лв след 5 години във фонд, от който получава ефективен годишен лихвен процент 8.5%. Мария инвестира 10 лв след n години и 30 лв след $2n$ години във фонд с ефективна годишна лихва 9.15%. След 10 години сумата натрупана във фонда на Мария е равна на сумата натрупана във фонда на Иван.

Пресметнете n , при условие че $2n < 10$.

- А. 2.0
- Б. 2.3
- В. 2.6
- Г. 2.9

(3 точки)

Задача 5. Настоящата стойност на перпетуитет (безкраен анюитет) от 1 платим в началото на всеки 6 месеца е 20. Друг перпетуитет плаща сума X в началото на всеки 2 години. Ако е известно че ефективните годишни лихвени проценти и настоящите стойности на двата перпетуитета са равни, пресметнете X .

- А. 3.5
- Б. 3.6
- В. 3.7
- Г. 3.8

(3 точки)

Задача 6. Инвеститор прави плащания от 1 в началото на годината в продължение на n години. Годишната сила на лихвата е δ . Настоящата стойност на плащанията е:

- А. $\frac{1 - v^n}{1 - e^{-\delta}}$
- Б. $\frac{1 - v^{\delta \cdot n}}{\delta}$
- В. $\frac{1 - v^n}{\delta}$
- Г. $\int_0^n e^{-\delta \cdot t} dt$

(2 точки)

Моля обърни!

Задача 7. В една банка е открита разплащателна сметка с X лева. След 8 месеца след олихвяването на сметката сумата е 10000 лева. Намерете X , ако за олихвяването банката използва:

(i) прост лихвен процент от 2% годишно и база 360/360.

- А. 9866.67
- Б. 9867.66
- В. 9868.42
- Г. 9868.85

(2 точки)

(ii) прост лихвен процент в аванс (дисконтов процент) от 3% годишно и база 360/360.

- А. 9800.00
- Б. 9802.23
- В. 9803.92
- Г. 9804.87

(2 точки)

Задача 8. За една селекционна таблица за смъртност, с период на селекция 2 години е известно:

$$d_{[50]} = 11, d_{[50]+1} = 16, {}_2q_{[50]} = 0.003.$$

(i) Намерете l_{52} .

- А. 8973
- Б. 8984
- В. 8989
- Г. 9000

(2 точки)

(ii) Ако $q_{[x]} = 60\% \cdot q_x$ за $45 \leq x \leq 55$, намерете p_{50} .

- А. 0.99639
- Б. 0.99796
- В. 0.99819
- Г. 0.99927

(2 точки)

Моля обърни!

Задача 9. Ако смъртните случаи между цели възрасти в таблица A1967-70 (крайна) са равномерно разпределени през годината на възрастта, тогава стойността на ${}_{0.25}q_{50.25}$ е:

- A. 0.0011306
- B. 0.0011972
- B. 0.0011986
- Г. 0.0012708

(3 точки)

Задача 10. От група от 100 лица, които са били на възраст точно 50 години преди няколко години в момента са останали живи 10. Ако е известно че смъртността на лицата от групата е според таблица за смъртност ELT 12 за мъже, пресметнете възрастта на лицата в момента.

- A. 84.6
- B. 85.6
- B. 88.9
- Г. 89.0

(3 точки)

Задача 11. Кой от следните изрази е равен на ${}_{e_{20:\overline{40}|}}^{\circ}$:

- A. $\int_{20}^{60} {}_s p_{60} ds$
- B. $\int_{20}^{40} {}_s p_{20} ds$
- B. $\int_0^{40} {}_s p_{20} ds$
- Г. $\int_{20}^{60} {}_s p_0 ds$

(2 точки)

Моля обърни!

Задача 12. Дадено е че:

$${}_t p_x = \left(1 - \frac{t}{100 - x}\right)^{0.5} \quad \text{за } x < 100, t < 100 - x$$

и ${}_t p_x = 0$ за $t \geq 100 - x$

Пресметнете ${}^\circ e_{40}$.

- А. 25
- Б. 30
- В. 35
- Г. 40

(3 точки)

Задача 13. Определете кое от следните е най-малко вероятно да се случи за лице на възраст 40 г., като използвате таблица за смъртност A1967-70, крайна?

- А. Лицето да умре преди да достигне 42 години.
- Б. Лицето да умре на възраст между 41 и 42 години.
- В. Лицето да доживее до 100 години.
- Г. Лицето да умре на възраст между 98 и 100 години.

(3 точки)

Задача 14. Кой от следните изрази е равен на $\ddot{s}_{x:\overline{n}|}$:

I.
$$\frac{l_x(1+i)^n + l_{x+1}(1+i)^{n-1} + \dots + l_{x+n-1}(1+i)}{l_{x+n}}$$

II.
$$\frac{D_x}{D_{x+n}} \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

III.
$$\frac{l_x(1+i)^{n-1} + l_{x+1}(1+i)^{n-2} + \dots + l_{x+n-1}}{l_{x+n}}$$

- А. Само I и II са верни
- Б. Само I и III са верни
- В. Само I е вярно
- Г. Само III е вярно

(2 точки)

Моля обърни!

Задача 15. Пресметнете стойността на $A_{[60]:\overline{10}|}^1$ като използвате таблица за смъртност $a(55)$ за жени, селекционна и лихва 8% годишно.

- А. 0.0795
- Б. 0.0861
- В. 0.4861
- Г. 0.5302

(3 точки)

Задача 16. Кой от следните изрази е равен на ${}_{10}V_{45:\overline{25}|}$:

- А $\frac{1}{D_{55}} \left(M_{55} - M_{70} - \frac{(M_{55} - M_{70})(N_{55} - N_{70})}{(N_{45} - N_{70})} \right)$
- Б $\frac{1}{D_{45}} \left(M_{45} - M_{70} - \frac{(M_{45} - M_{70})(N_{45} - N_{55})}{(N_{45} - N_{70})} \right)$
- В $\frac{1}{D_{45}} \left(M_{45} - M_{70} + D_{70} - \frac{(M_{45} - M_{70} + D_{70})(N_{45} - N_{55})}{(N_{45} - N_{70})} \right)$
- Г $\frac{1}{D_{55}} \left(M_{55} - M_{70} + D_{70} - \frac{(M_{45} - M_{70} + D_{70})(N_{55} - N_{70})}{(N_{45} - N_{70})} \right)$

(2 точки)

Задача 17. Ако $A_x=0.25$, $A_{x+20}=0.40$ и $A_{x:\overline{20}|}=0.55$, пресметнете стойността на $A_{x:\overline{20}|}^1$.

- А. 0.05
- Б. 0.45
- В. 0.50
- Г. 0.54

(2 точки)

Моля обърни!

Задача 18.

(i) За лице на възраст точно 30 години пресметнете размерът на еднократната премия на двегодишна застраховка Живот, със застрахователна сума 10000 лв., платими в края на годината на смъртта. Използвайте таблица за смъртност A1967-70 (крайна) и лихвен процент 4% годишно.

- A. 10.54
- B. 11.67
- B. 12.05
- Г. 12.49

(2 точки)

(ii) За лице на възраст точно 30 години е известно, че силата на смъртността му е 5 пъти по-висока от силата на смъртността, според таблица за смъртност A1967-70 (крайна) на лице на възраст 30 години. Пресметнете размерът на еднократната премия за застраховката от подточка (i) за това лице, като използвате същият лихвен процент.

- A. 62.26
- B. 62.65
- B. 63.18
- Г. 63.71

(3 точки)

Задача 19. За дискретна пожизнена застраховка „Живот“ за едно лице със застрахователна сума 1000 лв. и годишна премия е известно:

$$1000P_{50} = 25$$

$$1000A_{61} = 440$$

$$1000q_{60} = 20$$

$$i = 6\%$$

Пресметнете $1000_{10}V_{50}$.

- A. 170
- B. 172
- B. 174
- Г. 176

(3 точки)

Моля обърни!

Задача 20. За пенсионен план е известно, че изплаща пожизнени предварителни анюитети при 6% годишен лихвен процент. Известни са следните стойности на основни актюерски функции:

Възраст	Годишен размер на анюитета	\ddot{a}_x	A_x	2A_x
65	2	9.8969	0.43980	0.23603
75	1	7.2170	0.59149	0.38681

Нека с Y_{65} означим настоящата стойност на случайна величина на анюитет платим предварително в началото на всяка година от 65-та възраст на лицето.

Нека с Y_{75} означим настоящата стойност на случайна величина на анюитет платим предварително в началото на всяка година от 75-та възраст на лицето.

Пресметнете:

(i) Дисперсията $\text{Var}[Y_{65}]$

- A. 11.8349
- B. 13.2996
- B. 63.6073
- Г. 77.7679

(2 точки)

(ii) Дисперсията $\text{Var}[Y_{75}]$

- A. 10.2637
- B. 11.5339
- B. 63.8914
- Г. 155.914

(2 точки)

К Р А Й