

**ПРОГРАМА ЗА ПРОФЕСИОНАЛНО ОБУЧЕНИЕ НА АКТЮЕРИ  
БЪЛГАРСКО АКТЮЕРСКО ДРУЖЕСТВО**

**КОНСПЕКТ**

**Модул 3.2 “АКТЮЕРСКА МАТЕМАТИКА 2”**

Модул “Актюерска математика 2” е втората част на третия модул от Програмата за професионално обучение и квалификация на Българското Актюерско Дружество (БАД).

***Цели:***

Целите на този модул са:

- да се покрият основните теми, свързани със събиране на статистически данни, създаване и изглаждане на таблиците за смъртност;
- да се обоснове необходимостта от класификация на риска в животозастраховането и в общото застраховане;
- да се покаже приложението на принципите за определяне на изложеността на риск и анализа на действителните и очакваните резултати в модела с множествен декремент;
- да се въведат основни формули използвани в пенсионите фондове.

***Връзки с други модули:***

Модул 1 “Увод в актюерските модели” въвежда основните техники, които са разработени в този модул.

Модул 3.1 “Актюерска математика 1” допълва основните техники, които са разработени в модул 1 и дава необходимата основа за материала покрит от този модул.

Модул 5.1 „Принципи и практика на пенсионното осигуряване“ използва основните функции за пенсионни фондове, дефинирани в този модул.

Модул 5.2 „Принципи и практика на общото застраховане“ използва принципи, свързани с изложеността на риска и анализа на действителните и очакваните резултати.

Модул 5.3. “Принципи и практика на животозастраховането” използва основни функции за животозастраховането и принципите, свързани с изложеността на риска и анализа на действителните и очакваните резултати.

***Крайни резултати:***

При завършване на настоящия модул всеки курсист трябва да е способен да:

- (а) пресмята изложеността на риск;
- (б) оценява степента на смъртност, използвайки данни, групирани чрез различни възрастови правила;
- (в) обяснява понятията “основна степен на декремента” и “наблюдавана степен на декремента”;
- (г) дефинира “разнородност в една популация”;
- (д) дефинира основните видове подбор и да обяснява как декрементите могат да влияят върху подбора;
- (е) оценява селекционните степени на смъртност;
- (ж) оценява възрастта и периода, за които се отнася определена селекционна степен на смъртност;
- (з) да изследва действителния практически опит и да го сравнява с очаквания; да използва статистически тестове за оценяване на различията между действителния опит и очаквания бъдещ резултат;
- (и) описва влиянието на размера на извадката върху надежността на резултатите;
- (й) обяснява защо се градуират необработените степени на декремент;
- (к) описва различните методи за градуиране;
- (л) проверява приемливостта на резултатите от градуировката;
- (м) обяснява понятията “гладкост” и “прилепналост”;
- (н) обяснява теоретичната основа и практическата полза от използването на класификация на риска в животозастраховането и общото застраховане;
- (о) прилага принципа на съответствието и степенните интервали в модела с множествен декремент;
- (п) пресмята централната и началната изложеност на риск за определен декремент;
- (р) използва сравнението на реалния с очаквания резултат, за да установи доколко дадена таблица на множествен декремент е подходяща за определена цел;
- (с) описва процеса на оценяване на пенсионна схема от тип “дефинирани плащания” с помощта на традиционни методи, използвайки комутационни функции;
- (т) изведе уравненията за настоящата и акумулираната стойност на вноските и пенсионните плащания за една пенсионна схема;
- (у) определя размерът на бъдещите вноски в дадена пенсионна схема;
- (ф) изведе уравненията за настоящата и акумулираната стойност на вноските и плащанията по болест в един здравноосигурителен фонд;
- (х) извежда основните функции за съвместно застраховани лица и на статутите на последния преживял;
- (ц) извежда основните формули за пресмятане на наследствени анюитети и застраховки, зависещи от случая.

**Темите, които са покрити от Модул 3.2 са следните:**

1. Практически методи за оценяване на единичния декремент, зависещ от възрастта
  - 1.1. Централна и начална изложеност на риск
  - 1.2. Оценка на  $m$ ,  $q$  и  $\mu$  с помощта на  $Q_x$ ,  $E_{sx}$  и  $E_x$
  - 1.3. Пресмятане на изложеността на риск, използвайки директния метод (на точната изложеност)
  - 1.4. Пресмятане на изложеността на риск, използвайки метода на преброяването
  - 1.5. Оценяване степенста на смъртност, използвайки данни, групирани чрез различни възрастови правила
2. Подбор и нееднородност
  - 2.1. Действителни и наблюдавани степени на декремент
  - 2.2. Източници на нееднородност в една популация
  - 2.3. Причини за нееднородност. Различни видове подбор.
3. Анализ по възраст и период
  - 3.1. Оценяване на селекционните степени
  - 3.2. Оценяване на крайните степени
4. Анализ на данните от минали наблюдения
  - 4.1. Сравняване на наблюдаваните данни с очакваните данни за събитие
    - а) провеждане на изследването
    - б) сравняване на действителното и очакваното и оценка на резултатите чрез статистически тестове
      - хи-квадрат тест
      - тест на стандартните отклонения
      - тест на кумулативните отклонения
      - тест на серийната корелация
      - тест на знаците
      - тест на групирани знаци
  - 4.2. Влияние на размера на извадките
5. Градуировка
  - 5.1. Причини за градуиране
  - 5.2. Методи за градуиране
  - 5.3. Тестване на градуирането
6. Класификация на риска
  - 6.1. Теоретична основа на използването на класификация на риска в животозастраховането и в общото застраховане
  - 6.2. Практическа полза от използването на класификация на риска в животозастраховането и в общото застраховане
7. Модели с множествен декремент

- 7.1. Оценка на действителните степени на декремент за популация, подложена на въздействието на множествен декремент
- 7.2. Оценяване на степените на множествен декремент
- 8. Статути на съвместно застраховани лица и на последния преживял
  - 8.1. Плащания нза съвместно застраховани лица
  - 8.2. Статут на последния преживял
  - 8.3. Статут на съвместно застраховани лица
- 9. Плащания, зависещи от случая и наследствени анюитети
  - 9.1. Вероятности, зависещи от случая
  - 9.2. Застраховки, зависещи от случая
  - 9.3. Наследяеми анюитети
- 10. Плащания при пенсионни фондове
  - 10.1. Пенсии, независещи от заплатата
  - 10.2. Пенсии, основаващи се на средна заплата
  - 10.3. Пенсии, основаващи се на крайна заплата
  - 10.4. Други видове пенсии
  - 10.5. Вноски
  - 10.6. Капитални суми при оттегляне или смърт
  - 10.7. Връщания на вноски
  - 10.8. Алтернативни допускания за заплата и изплащания
- 11. Функции за здравноосигурителни фондове

**Списък с материли и специализирана литература:**

1. Лекционен материал на Института и Факултета на Актюерите на Великобритания. Материал на Българско актюерско дружество (превод от английски език). София, първо издание 1995 г, второ издание 2005 г.
2. Bowers, N. L.; Gerber, H. U.; Hickman, J. C. et al (1997) *Actuarial mathematics*. 2nd ed. Schaumburg, IL: Society of Actuaries. 753 pages. ISBN: 0938959468.
3. Black, K.; Skipper, H. D. (1999) *Life and health insurance*. 13th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall. 1,072 pages. ISBN: 0138912505.
4. Haberman, S.; Pitacco, E. (1999) *Actuarial models for disability insurance*. Boca Raton, FL: CLC Press. 280 pages. ISBN: 0849303893.
5. O'Grady, F. T. (ed) (1988) *Individual health insurance*. Schaumburg, IL: Society of Actuaries. ISBN: 093895900X.
6. Anderson, A. W. (1990) *Pension mathematics for actuaries*. 2nd ed. Winsted, CT: Actex. 217 pages. ISBN: 0936031107.
7. McGill, D. M.; Brown, K. N.; Haley, J. J. et al (2004) *Fundamentals of private pensions*. 8th ed. Oxford: Oxford University Press. 878 pages. ISBN: 0199269505.
8. Cox, D. R.; Oakes, D. (1984) *Analysis of survival data*. London: Chapman & Hall. 201 pages. ISBN: 041224490X.
9. Elandt-Johnson, R. C.; Johnson, N. L. (1999) *Survival models and data analysis*. Chichester: John Wiley. 457 pages. ISBN: 0471349925.